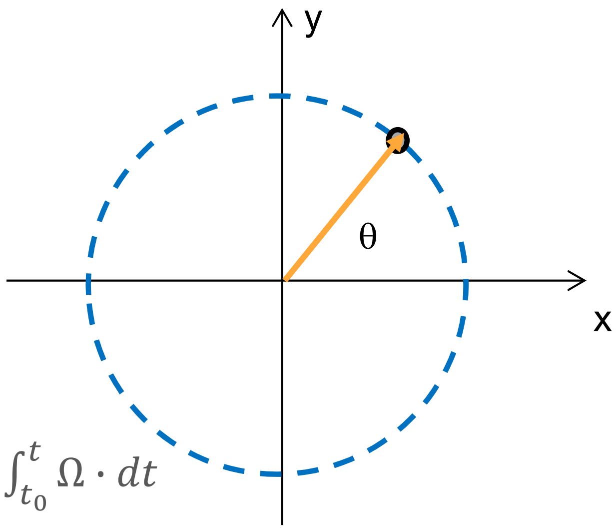
Cinemática de la partícula

Movimiento circular. Movimiento relativo

En síntesis



Posición: $\bar{r} = Rcos\theta\hat{\imath} + Rsen\theta\hat{\jmath}$.

Velocidad angular: $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$ *(dirección: perpendicular al plano del movimiento y sentido definido por la mano derecha)* $\theta = \theta_0 + \int_{t_0}^{t} \Omega \cdot dt$

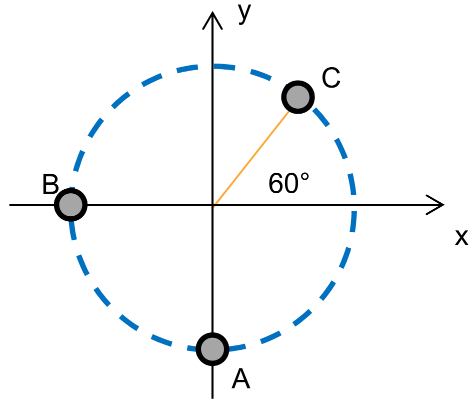
Aceleración angular $\bar{\gamma} = \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \rightarrow \Omega = \Omega_0 + \int_{t_0}^{t} \gamma \cdot dt$

Velocidad: $\bar{v} = \bar{\Omega} \times \bar{r}$

Aceleración: $\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{r} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{\gamma} \times \bar{r} + \bar{\Omega} \times \bar{v} = \bar{\gamma} \times \bar{r} + \bar{\Omega} \times \bar{\Omega} \times \bar{r}$

Ejemplo 1 (clase anterior)

- Un objeto se mueve con una trayectoria circular de radio $R = 0{,}4m$. La velocidad angular es $\overline{\Omega} = 0{,}2\,\frac{1}{s}\,\breve{k}$. Determinar la velocidad del objeto en los puntos A, B y C.

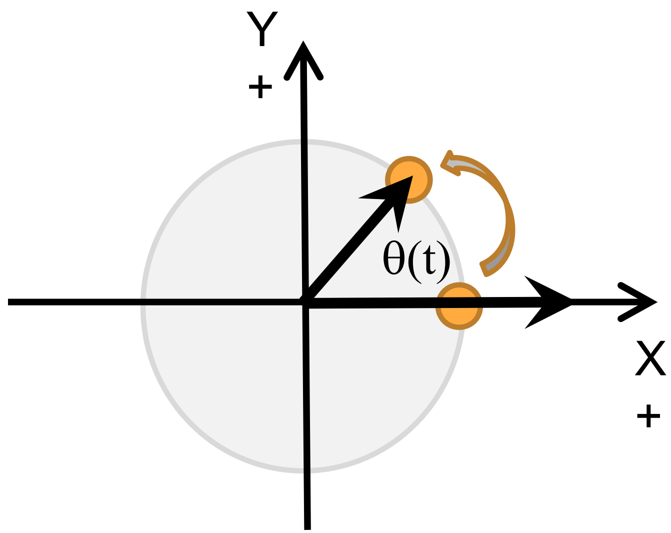


Ejemplo 2

Una persona está en el borde de una calesita de 2m de radio.
Inicialmente la calesita está en reposo y empieza a moverse con una aceleración angular $|\gamma|=0,6t$ $(1/s^3)$ en sentido antihorario.

Escribir la posición de la persona en función del tiempo

Esquema de la situación (desde arriba)



Escribir la posición

$$\bar{r} = (R \cdot \cos\theta)\hat{i} + (R \cdot sen\theta)\hat{j}$$

$$\bar{r} = (2m \cdot \cos\theta)\hat{i} + (2m \cdot sen\theta)\hat{j}$$

Escribir la posición en función del tiempo

- La posición de la persona está en función del ángulo, pero el ángulo depende del tiempo
- Para eso nos dan la aceleración angular. En este sistema de referencia

$$\overline{\gamma} = \gamma \cdot \hat{k} = 0{,}6t(\frac{1}{s^3})\hat{k}$$

Para este sistema de referencia, terna derecha

$$\gamma = \frac{d\Omega}{dt}$$

$$\int_{t_0}^{t} \gamma dt = \int_{\Omega_0}^{\Omega(t)} d\Omega \rightarrow \Omega_0 + \int_{t_0}^{t} \gamma dt = \Omega(t)$$

$$\Omega_0 + \int_{t_0}^{t} 0{,}6t(\frac{1}{s^3})dt = \Omega(t)$$

$$0{,}3t^2(\frac{1}{s^3}) = \Omega(t)$$

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \int_{t_0}^{t} \Omega dt = \int_{\theta_0}^{\theta(t)} d\theta$$

$$\theta_0 + \int_{t_0}^{t} \Omega dt = \theta(t)$$

$$\int_{0}^{t} 0{,}3t^2 (\frac{1}{s^3}) dt = \theta(t)$$

$$0{,}1t^3 (\frac{1}{s^3}) = \theta(t)$$

Entonces…

$$\bar{r} = (2m \cdot \cos\theta)\hat{i} + (2m \cdot sen\theta)\hat{j}$$

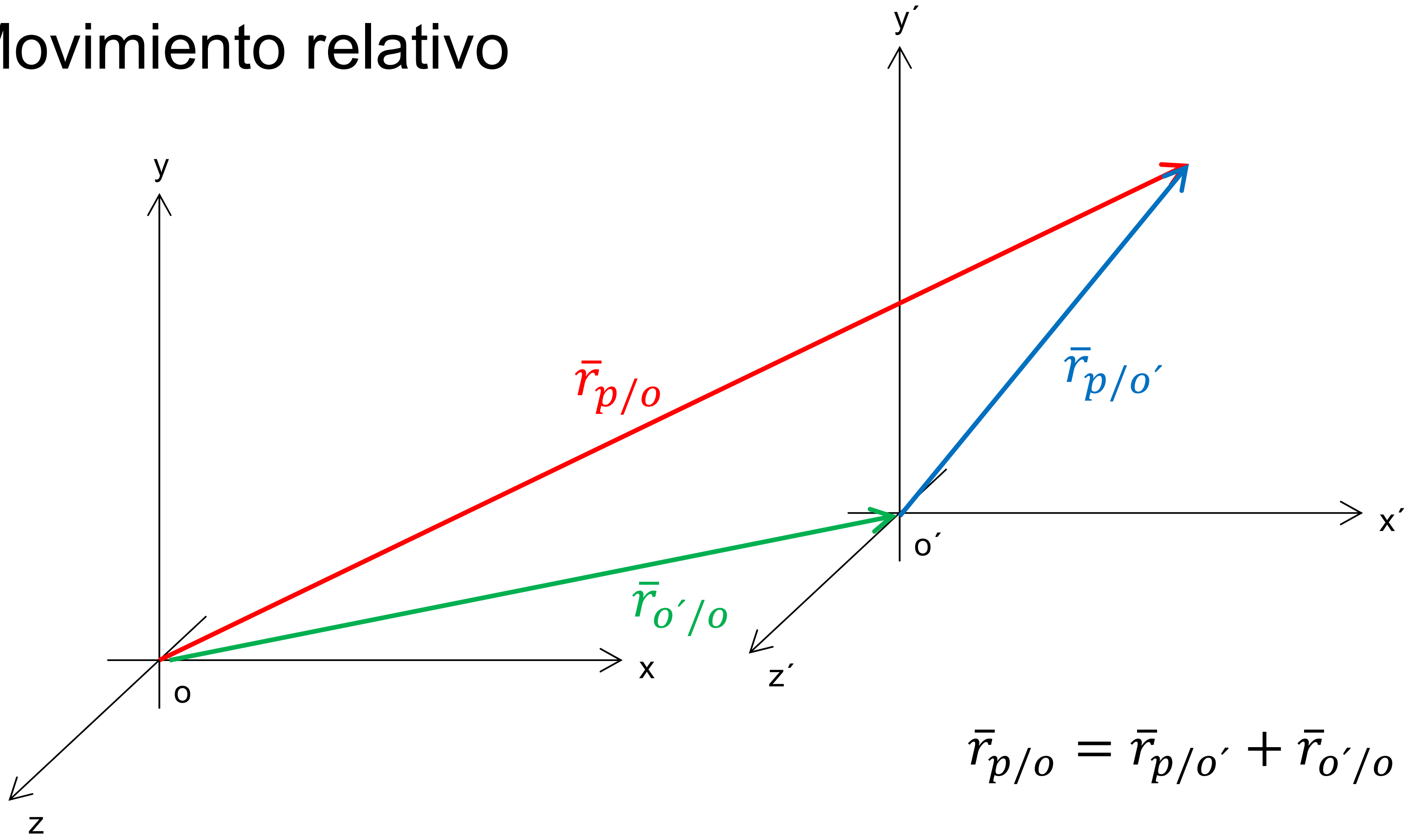
$$\bar{r} = \left[2m \cdot \cos\left(0{,}1t^3 \frac{1}{s^3}\right)\right]\hat{i} + \left[2m \cdot sen\left(0{,}1t^3 \frac{1}{s^3}\right)\right]\hat{j}$$

Qué pasaría cuando $|\gamma|=0$?

- La velocidad angular sería constante, entonces en un MCU
- $\theta=\Omega t$

$$\overline{r} = 2\,m \cdot \cos(\Omega\, t)\,\hat{i} + 2\,m \cdot sen(\Omega\, t)\,\hat{j}$$

Movimiento relativo



$$\bar{r}_{p/o} = \bar{r}_{p/o'} + \bar{r}_{o'/o}$$

Movimiento relativo

- $\bar{r}_{p/o} = \bar{r}_{p/o'} + \bar{r}_{o'/o}$

Si derivamos esta expresión respecto del tiempo

- $v_{p/o} = \bar{v}_{p/o'} + \bar{v}_{o'/o}$

Si derivamos nuevamente respecto del tiempo

- $\bar{a}_{p/o} = \bar{a}_{p/o'} + \bar{a}_{o'/o}$

Ejercicio 12 (en aula virtual)